

# Stabilisierung biegedrillknickgefährdeter I-Träger durch örtliche Gurteinspannungen

R. Stroetmann

*Institut für Stahl- und Holzbau*

*Fakultät Bauingenieurwesen der Technischen Universität Dresden*

*D-01062 Dresden*

*EMail: Richard.Stroetmann@tu-dresden.de*

## Zusammenfassung

Durch örtliche Gurteinspannungen lässt sich die Stabilität und Tragfähigkeit biegedrillknickgefährdeter Träger erheblich steigern. Ausgehend von den Untersuchungen zur wirklichkeitsnahen Lasteinleitung in I-Trägern von Lindner/Schmidt ([1], [2]) werden im folgenden Beitrag Ergebnisse durchgeführter FE-Berechnungen ([3]) vorgestellt und in Bezug auf die Versuchsergebnisse sowie die Bemessung nach DIN 18800-2 diskutiert. Auf den Einfluss von Querschnittsverformungen und eingepprägter Tangentenverdrehungen an den Einspannstellen wird detailliert eingegangen.

## Abstract

The stability and strength of beams subject to lateral torsional buckling can be essentially improved by local flange bracings against longitudinal rotation. Based on the investigations on realistic load application in I-beams by Lindner/Schmidt ([1], [2]) the following article presents the results of finite element analysis ([3]) with regard to test results and design according to DIN 18800-2. The effects of cross sectional distortions and transmission of deflections at the brace point are described in detail.

## 1 Einführung

Die Ausführung von Lagerungen und Verbindungen zu aussteifenden Bauteilen hat häufig einen wesentlichen Einfluss auf die Stabilität und Tragfähigkeit von Stäben und Stabwerken. Ihre realitätsnahe Erfassung in einem Berechnungsmodell ist oft schon bei ebenen Berechnungen mit Aufwand verbunden. Beispiele hierfür sind elastische Einspannungen in Fundamenten oder auch nachgiebige Verbindungen von Rahmenstäben.

Bei der räumlichen Berechnung biegedrillknickgefährdeter Trägersysteme treten wegen der höheren Anzahl von Verformungsfreiheitsgraden weitere Schwierigkeiten auf. Die meisten baupraktischen Lagerungsbedingungen lassen sich nur durch mehr oder weniger grobe Näherungen erfassen. Dabei sind die Ansätze wesentlich durch das Berechnungsmodell geprägt.

Biegedrillknickuntersuchungen von Stäben mit dünnwandigen offenen Querschnitten werden vorwiegend auf der Grundlage der Biegetorsionstheorie unter Voraussetzung der Querschnittstreue durchgeführt. Im Sinne einer wirtschaftlichen Bemessung ist es häufig erforderlich, die stabilisierende Wirkung angrenzender Bauteile zu berücksichtigen. Werden die Gurte von I-Trägern durch angrenzende Pfetten oder Nebenträger gegen Verdrehen um die Längsachse gehalten, treten lokal im Bereich der Einspannung Plattenbiegemomente auf, die durch dieses Berechnungsmodell nicht direkt erfasst werden können. Die Voraussetzung der Querschnittstreue verliert ihre Gültigkeit.

## 2 Traglastversuche nach [1], [2]

Im Rahmen eines Forschungsvorhabens wurden von J. Lindner und J. S. Schmidt Untersuchungen zum Biegedrillknicken unter Berücksichtigung wirklichkeitsnaher Lasteinleitungen in I-Trägern durchgeführt ([1], [2]). Die Untersuchungen erstreckten sich auf Systeme, bei denen I-Träger rechtwinklig zueinander angeordnet wurden und deren lasteinleitende Träger auf den Obergurten der biegedrillknickgefährdeten Träger frei auflagen (Abb. 1). Es wurden insgesamt 71 Versuche durchgeführt, bei denen die Parameter Längs- und Querträgerprofil, Längs- und Querträgerlänge, Art der Lasteinleitung und konstruktive Ausbildung des Lasteinleitungsbereichs, sowie die Querträgerendlagerung variiert wurden. Zur Erfassung des Last-Verformungsverhaltens wurden während der Versuche nach Aufbringen der einzelnen Laststufen die globalen Verformungen der Längsträger und die lokalen Verformungen im Lasteinleitungsbereich gemessen. Die versuchstechnisch ermittelten Traglasten wurden auf der Grundlage des Bemessungskonzeptes der DIN 18800-2, Element 311, – die DIN befand sich damals noch im Entwurfsstadium – gegengerechnet. Zur Einordnung der Versuchsergebnisse in  $\bar{\lambda}_M - \kappa_M$ -Diagramme wurden die Traglasten plastischen Grenzlaster gegenübergestellt. Letztere wurden über die Profilgeometrie, die Trägerlänge und versuchstechnisch ermittelte Streckgrenzen bestimmt. Die bezogenen Schlankheiten  $\bar{\lambda}_M$  wurden mit den Querschnittswerten der Versuchsträger für zwei Fälle ermittelt:

1. Der Lasteinleitungspunkt ist nicht gehalten.  
Die Verzweigungslasten wurden für den gabelgelagerten Einfeldträger mit einer am Obergurt angreifenden Einzellast bestimmt (s. Abb. 2 a).
2. Der Lasteinleitungspunkt ist starr gehalten.  
Der Träger weicht in diesem Fall antimetrisch aus. Die Verzweigungslasten wurden in [1], [2] mit Gleichung (5.31) aus [3] unter Zugrundelegung eines dreieckförmigen Momentenverlaufs und der halben Trägerlänge bestimmt (s. Abb. 2 b)). Ferner wurde bei der Auswertung der Gleichung als Hebelarm des Lastangriffspunktes zum Trägerschwerpunkt  $z_p = -h/2$  ( $h$  = Trägerhöhe) angesetzt. Damit sollte tendenziell die Wirkung einer eingepprägten Querträgerneigung berücksichtigt werden (vgl. [2]).

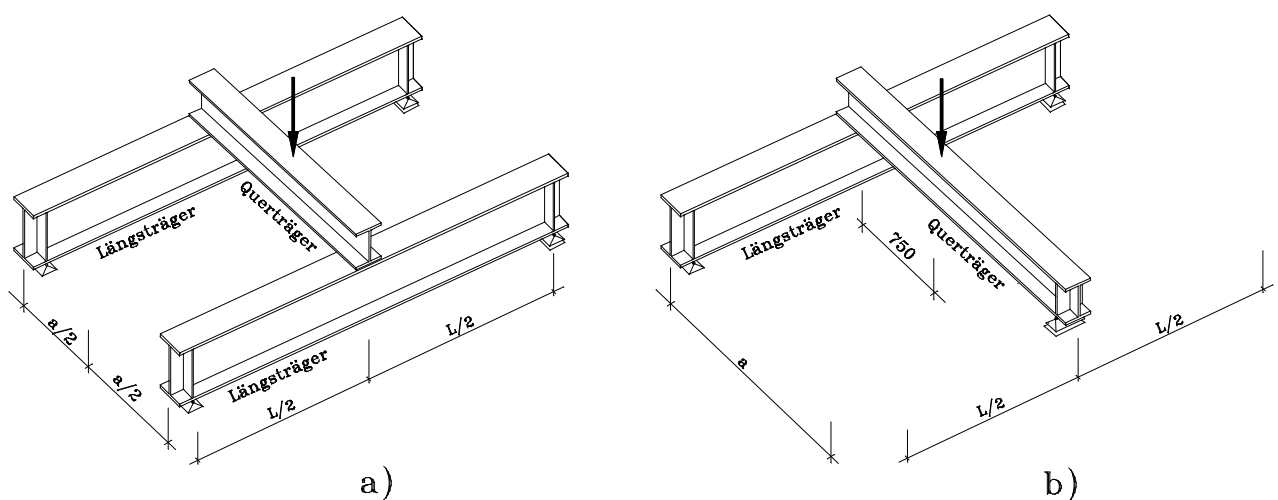


Abb. 1 Rechtwinklig zueinander angeordnete I-Träger

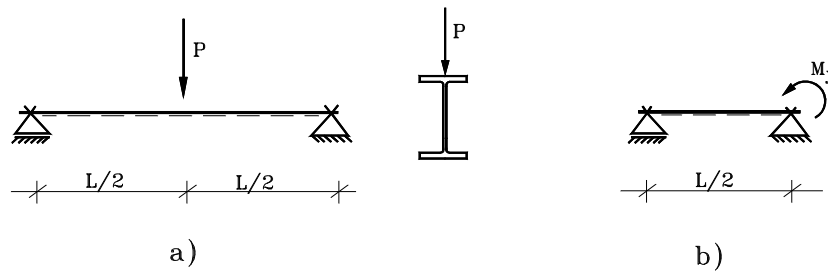


Abb. 2 Modelle zur Bestimmung der Verzweigungslasten nach [1], [2]

Die in [1], [2] ermittelten Verzweigungslasten liegen im 2. Fall aufgrund der Berücksichtigung von  $z_p$  letztlich zwischen den Grenzfällen „nicht gehalten“ und „starr gehalten“.

Die Trägersysteme in Abb. 1 entsprechen der sogenannten Traglastgruppe 1 nach [1], [2]. Die Querträger liegen über der gesamten Obergurtbreite auf den Längsträgern auf. Die Lastenleitungsbereiche sind nicht ausgesteift. Bei Systemen entsprechend Abb. 1 b wurden die Querträger am Auflager in Axialrichtung verschieblich gelagert (Rollenlager). Zur Vermeidung von Stabsehnenverdrehungen wurde das Auflager während des Versuchs abgesenkt.

### 3 Stabilitätsuntersuchungen am Einfeldträger

Aufgrund der flächigen Auflagerung wird die Endtangentialverdrehung der Querträger auf die Obergurte der Längsträger übertragen. Letztere werden dadurch senkrecht zu ihrer Stegebene verformt. In den Lastenleitungsbereichen treten Querschnittsverformungen auf. Je nach Größe der Endtangentialverdrehung der Querträger, des Querschnitts und der Spannweite der Längsträger, sowie der Größe der Belastung können sich mehr oder weniger hohe Zusatzspannungen ergeben. Sie führen zu vorzeitigem Plastizieren.

Eine Aussage über die Vorzeichen der Anschlussmomente, die zwischen Längsträgern und Querträgern wirken, erhält man über die Verzweigungslasten der ungestützten Längsträger. Sind diese bereits überschritten, haben die auf die Querträger wirkenden Anschlussmomente den gleichen Drehsinn wie die Endtangentialverdrehungen. Es stellen sich dagegen rückdrehende Anschlussmomente ein, wenn die Verzweigungslasten der Längsträger noch nicht überschritten sind.

Durch die vergleichsweise große Biegesteifigkeit der Querträger werden hohe Einspanngrade erreicht. Die Einspannwirkung lässt sich jedoch nicht in vollem Maße zur Stabilisierung der Längsträger aktivieren. Bei der Übertragung der Anschlussmomente treten Querschnittsverformungen auf (s. o.). Zur Berechnung der Verzweigungslast ist dieser Effekt von besonderer Bedeutung. Bei den Trägersystemen in Abb. 1 lässt sich die Wirkung der Querträger auf die Längsträger durch Einzellasten und Drehfedern ersetzen (Abb. 3, oben). Dies setzt jedoch voraus, dass die Querträger nicht vor den Längsträgern ihre Stabilitätsgrenze erreichen.

In Abb. 3 sind für zwei verschiedene Träger die Verläufe der bezogenen Verzweigungslasten  $P_{Ki} / P_{Ki,0}$  über den dekadischen Logarithmus der Federsteifigkeit  $C_{xx}$  aufgetragen. Die Verläufe wurden mit und ohne Berücksichtigung der Querschnittsverformungen bestimmt. Als Bezugsgrößen  $P_{Ki,0}$  wurden die jeweiligen Verzweigungslasten herangezogen, die sich für die ungestützten Träger ( $C_{xx} = 0$ ) ergeben. Die Berechnungen wurden mit dem FEM-Programm PROFIL ([3]) durchgeführt. Bei den dort zur Verfügung stehenden, speziell für doppel-symmetrische I-Träger entwickelte I-Profil-Elemente (s. Abb. 4) werden die Verformungen über

die Steghöhe durch Hermitepolynome 4. Ordnung approximiert. In Tabelle 1 sind die Verzweigungslasten  $P_{Ki}$  für Grenzwerte der Federsteifigkeit  $C_{xx}$  angegeben und die auftretenden Unterschiede ausgewiesen. Es ist ersichtlich, dass erhebliche Steigerungen der Verzweigungslasten durch lokale drehelastische Stützungen möglich sind. Der Einfluss der Querschnittsverformungen (QV) steigt mit zunehmender Federsteifigkeit an.

Die Verläufe der bezogenen Verzweigungslasten  $P_{Ki} / P_{Ki,0}$ , die unter Vernachlässigung der Querschnittsverformungen bestimmt wurden, gehen bei Überschreiten bestimmter Federsteifigkeiten in Geraden über. Die Eigenformen der Träger wechseln dort von einem symmetrischen zu einem antisymmetrischen Verlauf. Eine weitere Anhebung der Federsteifigkeit ist dann wegen der fehlenden Rotation in der Verzweigungsfigur unbedeutend.

Die Kurven  $P_{Ki} / P_{Ki,0}$ , die unter Einbeziehung der Querschnittsverformung bestimmt wurden, zeigen einen stetigen Verlauf. Die Eigenformen der Träger sind für beliebige Drehfedersteifigkeiten symmetrisch. Die Verzweigungslasten, die sich aus der Annahme einer starren seitlichen Stützung ergeben, werden bei weitem nicht erreicht.

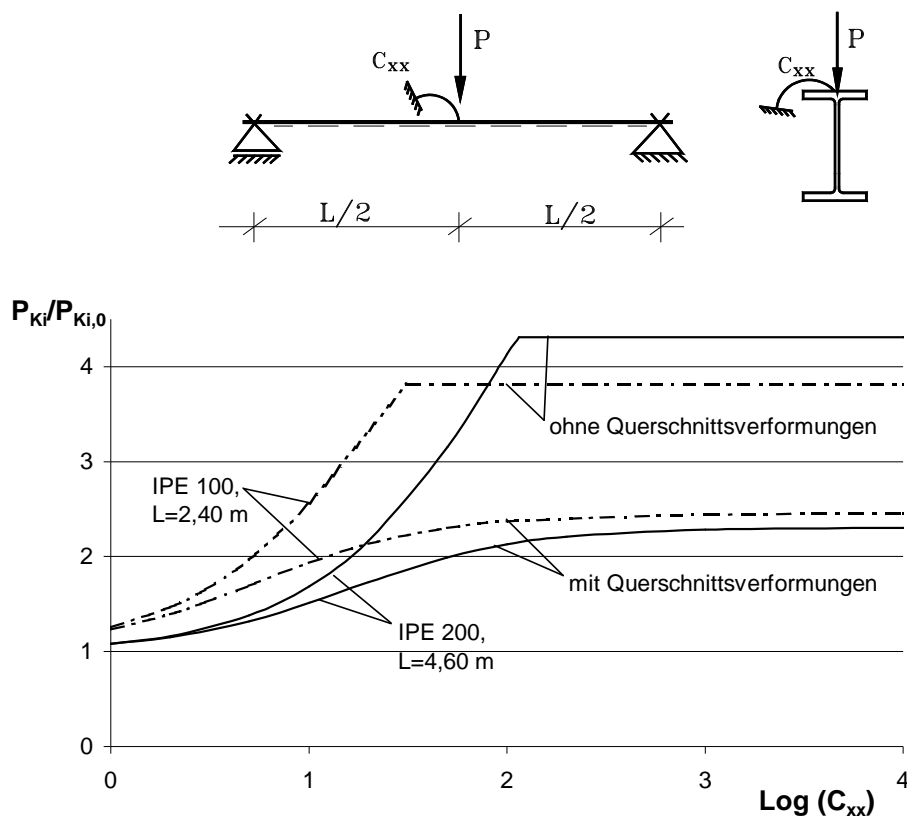
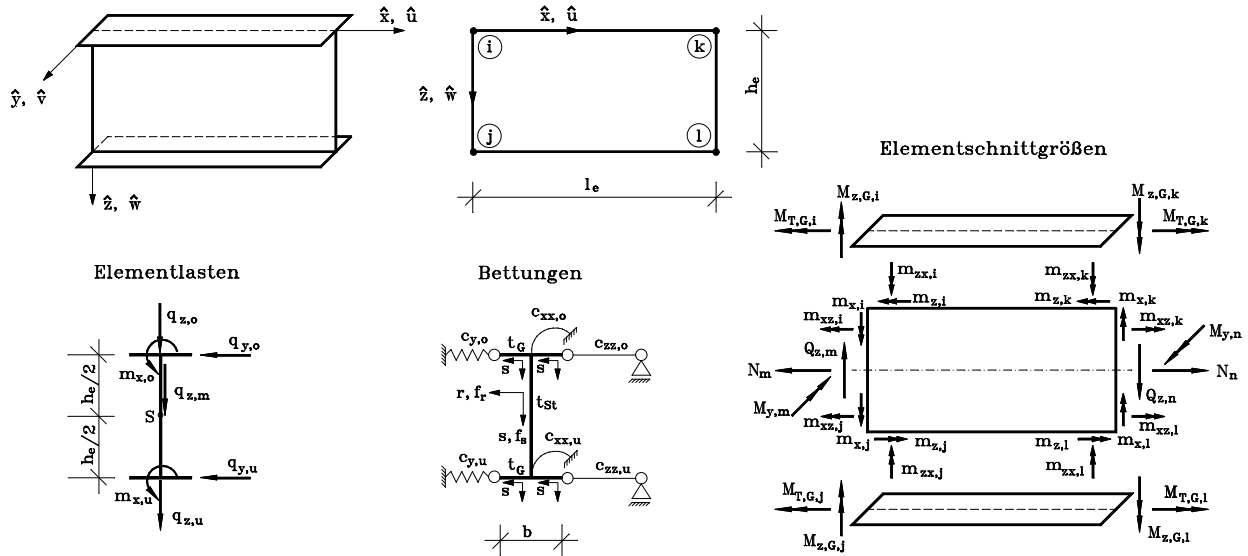


Abb. 3 Verzweigungslast in Abhängigkeit von der Drehfedersteifigkeit  $C_{xx}$  [kNm]

Tab. 1 Verzweigungslasten  $P_{Ki}$  [kN], Verhältniswerte und Differenzen

$C_{xx}$ [kNm]	IPE 100, L=2,40 m			IPE 200, L=4,60 m		
	mit QV	ohne QV	Differenz [%]	mit QV	ohne QV	Differenz [%]
0	14,6	14,7	+1	28,5	28,7	+1
$\infty$	35,9	56,1	+56	65,8	123,6	+88
$P_{Ki,\infty} / P_{Ki,0}$	2,46	3,82		2,31	4,32	



**Querschnittswerte**

- $l_e$  Elementlänge
- $h_e$  Elementhöhe (entspricht Abstand der Gurtschwerpunkte)
- $h$  Querschnittshöhe
- $b$  Gurtbreite
- $t_{st}$  Stegdicke
- $t_G$  Gurtdicke
- $I_y$  Trägheitsmoment um die  $\hat{y}$ -Achse bezogen auf den Schwerpunkt S
- $I_T$  St. Venantsches Torsionsträgheitsmoment des Querschnittes
- $I_{T,G}$  St. Venantsches Torsionsträgheitsmoment eines Gurtes

**Verformungen bezogen auf die Elementkoordinaten**

- $\hat{u}$ ,  $\hat{v}$ ,  $\hat{w}$  Verschiebungen in Richtung der Elementkoordinaten  $\hat{x}$ ,  $\hat{y}$ ,  $\hat{z}$
  - $\hat{v}_o$ ,  $\hat{v}_u$  Verschiebungen der Schwerachse von Ober- und Untergurt
  - $\hat{u}_i$ ,  $\hat{v}_i$ ,  $\hat{w}_i$  Verschiebungen des Elementes im Knotenpunkt  $i$
  - $\hat{\phi}_{x,i}$ ,  $\hat{\phi}_{y,i}$ ,  $\hat{\phi}_{z,i}$  Verdrehungen des Elementes im Knotenpunkt  $i$
  - $\hat{\phi}_{xz,i}$  Verwindung des Elementes im Knotenpunkt  $i$
  - $\vartheta$  Querschnittsverdrehung um die  $\hat{x}$ -Achse
- $$\hat{\phi}_{x,i} = -\left(\frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{z}}\right)_i \quad \hat{\phi}_{y,i} = -\left(\frac{\partial \hat{w}}{\partial \hat{x}}\right)_i \quad \hat{\phi}_{z,i} = \left(\frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{x}}\right)_i$$
- $$\hat{\phi}_{xz,i} = -\left(\frac{\partial^2 \hat{v}}{\partial \hat{x} \cdot \partial \hat{z}}\right)_i$$

**Spannungen, Verzerrungen**

- $\sigma_x^M, \sigma_s^M, \tau_{xs}^M$  Membranspannungen
- $\sigma_x^B, \sigma_s^B, \tau_{xs}^B$  Plattenbiegespannungen
- $\epsilon_x^M, \epsilon_s^M, \gamma_{xs}^M$  Membranverzerrungen
- $\epsilon_x^B, \epsilon_s^B, \gamma_{xs}^B$  Plattenbiegeverzerrungen

**Schnittgrößen**

- $N, Q_z, M_y$  Stabschnittgrößen
- $N_G, Q_{z,G}, M_{z,G}, M_{T,G}$  Normalkraft, Querkraft, Biegemoment und Torsionsmoment der Gurte
- $m_x, m_z, m_{xz}, m_{zx}$  Plattenmomente des Steges
- $n_x, n_s, n_{xs}$  Membranschnittgrößen

Abb. 4 I-Profilelement, Bezeichnungen nach [3]

## 4 Traglasten und Einordnung der Versuchsergebnisse in $\bar{\lambda}_M - \kappa_M$ -Diagramme

Mit dem Berechnungsmodell aus Abb. 3 wurden die Verzweigungslasten der Systeme der Traglastgruppe 1 bestimmt und eine Einordnung der Versuchsergebnisse in ein  $\bar{\lambda}_M - \kappa_M$ -Diagramm vorgenommen. Damit sollte überprüft werden, inwieweit das Nachweisformat nach DIN 18800-2, El. (311), auf derartige Systeme übertragbar ist.

Des Weiteren wurde ein Vergleich mit den Einordnungen der Versuchsergebnisse vorgenommen, die in Abschnitt 2 beschrieben sind (s. Tab. 1 und Bilder 7 und 8 in [2]).

Die Berechnung der Verzweigungslasten erfolgte aufgrund der geringen Streuungen der Querschnittswerte der Versuchsträger (vgl. [1], [2]) vereinfacht mit mittleren Querschnittsabmessungen und -steifigkeiten. Die Werte  $I_y$  und  $I_T$  wurden [2] entnommen, die Abmessungen  $h_e$ ,  $b$ ,  $t_G$  und  $t_{St}$  aus den Angaben der Tabelle 5.2.7 in [1] bestimmt.

IPE 100:	$h_e = 95,5 \text{ mm}$ $t_{St} = 4,23 \text{ mm}$ $I_{T,G} = 0,49 \text{ cm}^4$	$b = 55,6 \text{ mm}$ $I_y = 181 \text{ cm}^4$	$t_G = 5,50 \text{ mm}$ $I_T = 1,22 \text{ cm}^4$
IPE 200:	$h_e = 190,4 \text{ mm}$ $t_{St} = 6,18 \text{ mm}$ $I_{T,G} = 2,57 \text{ cm}^4$	$b = 99,5 \text{ mm}$ $I_y = 1910 \text{ cm}^4$	$t_G = 8,03 \text{ mm}$ $I_T = 6,64 \text{ cm}^4$

Zur Berechnung der aus den Querträgern resultierenden Federsteifigkeiten  $C_{xx}$  wurden die Trägheitsmomente  $I_y$  der DIN 1025 T. 5 verwendet (vgl. Tabelle 2).

$$\text{System nach Abb. 1 a):} \quad C_{xx} = \frac{6 \cdot EI_y}{a}$$

$$\text{System nach Abb. 1 b):} \quad C_{xx} = \frac{3 \cdot EI_y}{a}$$

In Tabelle 2 sind Versuchsdaten und -ergebnisse, die Verzweigungslasten und die bezogenen Schlankheitsgrade zusammengestellt. Die Verzweigungslasten  $P_{Ki}$  zeigen eine sehr geringe Abhängigkeit von der Größe der Federsteifigkeit  $C_{xx}$ . Die Steifigkeiten sind insgesamt so hoch, dass die Unterschiede nicht mehr von Bedeutung sind (s. auch Abb. 3). Die Differenzen der bezogenen Schlankheitsgrade sind im Wesentlichen auf die Abweichungen der plastischen Grenzlasten zurückzuführen. Doch auch hier treten nur geringe Streuungen auf. Die Standardabweichungen der Traglasten  $P_{Tr}$  betragen innerhalb der Versuche mit Längsträgern gleicher Länge und gleichen Profils zwischen 2,0 % (IPE 100,  $L = 4,60 \text{ m}$ ) und 6,4 % (IPE 100,  $L = 2,40 \text{ m}$ ).

Eine Abhängigkeit der Traglasten von der Länge und dem Querschnitt der Querträger lässt sich nicht unmittelbar aus Tabelle 2 ablesen (s. auch [1], Abs. 7.2.2). Unterteilt man die Versuche mit Längsträgern gleicher Länge und gleichen Profils in Abhängigkeit von der Steifigkeit  $C_{xx}$  in Untergruppen und vergleicht deren Mittelwerte, sind jedoch Unterschiede und Tendenzen zu erkennen (s. Tabelle 3). Bei Systemen, deren Querträger unter der Grenzlast große Endtangentialverdrehungen aufweisen, ergeben sich kleinere Traglasten. Die Unterschiede sind am größten bei den Trägern IPE 100 mit  $L = 1,60 \text{ m}$  und  $L = 2,40 \text{ m}$ .

Tab. 2 Versuchsdaten und -ergebnisse; Verzweigungslasten und bezogene Schlankheitsgrade

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Versuch Nr.	Längsträger Profil	Länge [m]	Profil	$I_y$ [cm <sup>4</sup> ]	Querträger Länge [m]	$C_{xx}$ [kNm]	System nach Abb. 1	$P_{ki}$ [kN]	$P_{Pi}$ [kN]	$\bar{\lambda}_M$	$P_{Tr}$ - Vers. [kN]	$K_M$ - Vers.
3	IPE 200	4,6	IPE 240	3890	3,8	6449	b)	66,7	50,1	0,867	42	0,838
4	IPE 200	4,6	IPE 240	3890	3,8	6449	b)	66,7	49,3	0,860	43	0,872
5	IPE 200	4,6	IPE 330	11770	3,8	19513	b)	66,8	49,4	0,860	43	0,870
6	IPE 200	4,6	IPE 160	869	1,5	7300	a)	66,7	49,8	0,864	44	0,884
7	IPE 200	4,6	IPE 160	869	1,5	7300	a)	66,7	48,9	0,856	40	0,818
9	IPE 200	3,2	IPE 200	1940	3,8	3216	b)	113,2	70,3	0,788	62	0,882
11	IPE 200	3,2	IPE 200	1940	3,8	3216	b)	113,2	70	0,786	65	0,929
14	IPE 200	3,2	IPE 200	1940	1,5	16296	a)	113,5	69,3	0,782	63	0,909
16	IPE 200	3,2	IPE 330	11770	3,8	19513	b)	113,5	69,5	0,783	60	0,863
17	IPE 200	3,2	IPE 240	3890	3,8	6449	b)	113,4	69,9	0,785	59	0,844
21	IPE 200	2	IPE 240	3890	3,8	6449	b)	234,8	112,4	0,692	100	0,890
22	IPE 200	2	IPE 240	3890	3,8	6449	b)	234,8	113,6	0,696	102	0,898
24	IPE 200	2	IPE 330	11770	3,8	19513	b)	234,9	112,4	0,692	104	0,925
25	IPE 200	2	IPE 240	3890	3,8	6449	b)	234,8	112	0,691	111	0,991
27	IPE 200	2	IPE 330	11770	3,8	19513	b)	234,9	113,8	0,696	110	0,967
30	IPE 200	2	IPE 330	11770	3,8	19513	b)	234,9	110,6	0,686	109	0,986
32	IPE 100	2,4	IPE 200	1940	1,5	16296	a)	36,5	24,9	0,825	24	0,964
33	IPE 100	2,4	IPE 120	318	1,5	2671	a)	36,5	25,4	0,834	21	0,827
35	IPE 100	2,4	IPE 120	318	3,8	527	b)	36,3	26	0,846	21	0,808
37	IPE 100	2,4	IPE 120	318	3,8	527	b)	36,3	25,8	0,843	22	0,853
42	IPE 100	1,6	IPE 200	1940	1,5	16296	a)	66,7	39,6	0,770	36	0,909
43	IPE 100	1,6	IPE 140	541	1,5	4544	a)	66,7	39,6	0,771	35	0,884
45	IPE 100	1,6	IPE 140	541	1,5	4544	a)	66,7	39,5	0,770	36	0,911
47	IPE 100	1,6	IPE 140	541	3,8	897	b)	66,5	39,4	0,770	33	0,838
49	IPE 100	1,6	IPE 140	541	3,8	897	b)	66,5	39,4	0,770	34	0,863
50	IPE 100	1,6	IPE 140	541	3,8	897	b)	66,5	39,2	0,768	35	0,893
52	IPE 100	1,6	IPE 140 <sup>*1)</sup>	541	3,8	897	b)	66,5	39,2	0,768	34	0,867
56	IPE 100	4,6	IPE 120	318	3,8	527	b)	12,3	13,8	1,058	7,8	0,565
57	IPE 100	4,6	IPE 120	318	3,8	527	b)	12,3	13,6	1,050	7,9	0,581
58	IPE 100	4,6	IPE 120	318	3,8	527	b)	12,3	13,9	1,062	7,6	0,547

\*1) In [1] liegen widersprüchliche Angaben zu der Größe des Querträgerprofils vor. Es wurde das Profil aus Tabelle 2.-4 in [1] zugrunde gelegt.

Tab. 3 Mittlere Endtangentialverdrehungen der Querträger über den Längsträgern, Traglasten und prozentuale Unterschiede der Traglasten

Längsträger		Versuchs-Nr.	mittlere Endtangentialverdrehung der Querträger	mittlere Traglast $P_{Tr}$ [kN]	Differenz $P_{Tr}$ [%]
Profil	Länge [m]				
IPE 100	1,6	47, 49, 50, 52	0,0256	34,0	+ 5,0
		42, 43, 45	0,0067	35,7	
IPE 100	2,4	35, 37	0,0276	21,5	+ 4,7
		32, 33	0,0053	22,5	
IPE 200	2,0	21, 22, 25	0,0109	104,3	+ 3,3
		24, 27, 30	0,0037	107,7	
IPE 200	3,2	9, 11, 17	0,0110	62	-0,8
		14, 16	0,0032	61,5	
IPE 200	4,6	3, 4, 6, 7	0,0055	42,3	+ 1,6
		5	0,0015	43	

Bei den Mittelwerten der Endtangentialverdrehungen in Tabelle 3 handelt es sich um Rechenwerte, die aus den Traglasten sowie den Querträgerlängen und -steifigkeiten bestimmt wurden.

Abb. 5 zeigt die Einordnung der durch Versuche bestimmten Traglasten in  $\bar{\lambda}_M - \kappa_M$ -Diagramme. Im oberen Diagramm wurden die Schlankheiten  $\bar{\lambda}_M$  der Längsträger ohne Berücksichtigung der stützenden Wirkung der Querträger bestimmt (vgl. [2], Bild 7). Die Traglasten liegen deutlich oberhalb der  $\kappa_M$ -Kurven der DIN 18800-2.

Beim zweiten Diagramm wurden die Schlankheiten  $\bar{\lambda}_M$  mit der halben Trägerlänge bestimmt (vgl. [2], Bild 8). Das im Diagramm dargestellte Modell wurde in [1], [2] jedoch nicht konsequent angewendet (s. Abs. 2). Die bei der Einordnung der Versuchsergebnisse zugrunde gelegten Verzweigungslasten liegen zwischen den Werten, die sich für den Längsträger mit bzw. ohne starre seitliche Stützung in Feldmitte ergeben. Die Versuchsergebnisse zeigen gegenüber dem oberen Diagramm eine bessere Annäherung an die  $\kappa_M$ -Kurven der DIN. Der größte Teil der Wertepaare liegt jedoch unterhalb der Kurve für  $n = 2,0$ .

Dem dritten Diagramm liegen die genaueren Verzweigungslasten, die unter Einbeziehung der Querschnittsverformungen bestimmt wurden, zugrunde. Die Wertepaare nähern sich wesentlich besser als bei den beiden oberen Diagrammen den  $\kappa_M$ -Kurven der DIN an. Größere Abweichungen zur unsicheren Seite treten bei den Versuchen 56 - 58 auf. Dabei handelt es sich um die 4,60 m weit gespannten Profile IPE 100. Bemerkenswert ist, dass die Bandbreite der Schlankheiten  $\bar{\lambda}_M$  gegenüber den beiden oberen Diagrammen durch die genauere Berechnung der Verzweigungslasten erheblich reduziert wird. Die stabilisierende Wirkung der Querträger wirkt sich bei schlanken Trägern stärker aus als bei gedrungeneren.

Für den Nachweis gewalzter I-Träger wird in DIN 18800-2, Tabelle 9, ein Systembeiwert von  $n = 2,5$  angegeben. Bei Systemen entsprechend Abb. 1 wird man den Beiwert  $n$ , sofern dem Nachweis die genaueren Verzweigungslasten zugrunde gelegt werden, herabsetzen müssen.

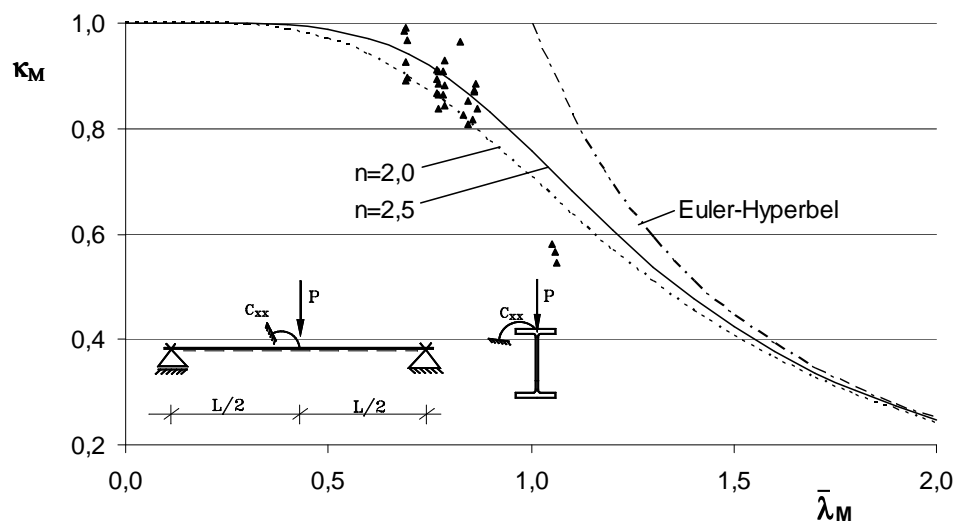
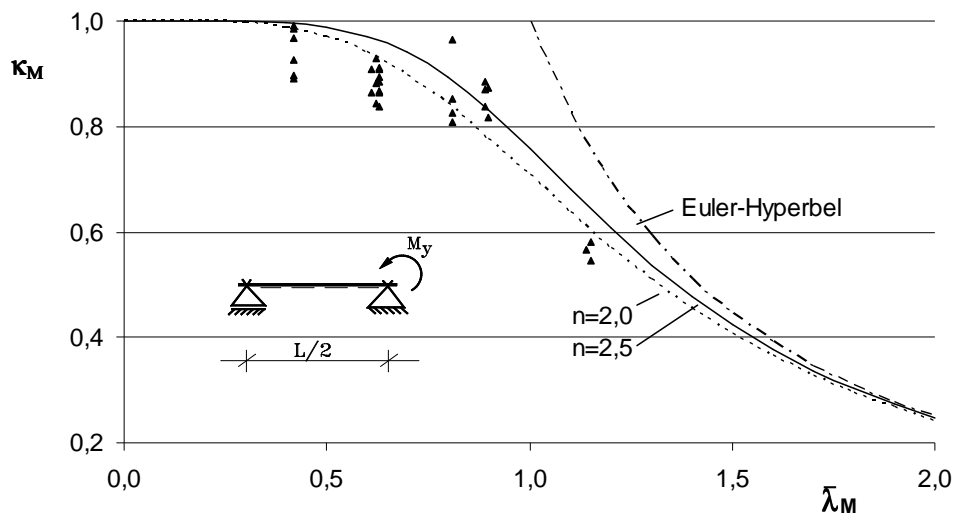
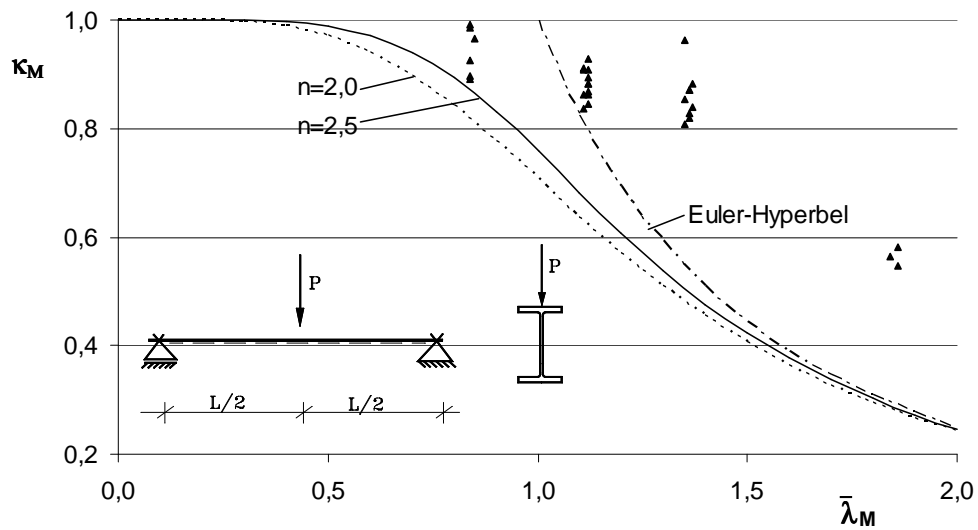


Abb. 5 Einordnung der Versuchsergebnisse mit unterschiedlichen Berechnungsmodellen zur Bestimmung der Verzweigungslast

## 5 Berechnung der Systembeanspruchungen

Um eine Größenordnung dafür zu erhalten, inwieweit die Endtangentialverdrehungen der Querträger Einfluss auf die Beanspruchung der Längsträger nehmen, werden Berechnungen nach Theorie II. Ordnung durchgeführt. Untersucht werden die Systeme mit Längsträgern IPE 100, die durch 3,80 m weit gespannte Querträger belastet werden (s. Tab. 2 und Abb. 6). Es stellten sich dort unter der Traglast die größten Endtangentialverdrehungen ein (s. Tab. 3).

In Abb. 6 ist die Modellierung der Systeme verdeutlicht. Längsträger und Querträger werden mit I-Profilelementen abgebildet und im Kreuzungspunkt mit einem diskreten Koppelfeder-element verbunden ([3]). Die Federsteifigkeiten werden so eingestellt, dass die Translationen  $u$ ,  $v$ ,  $w$  und die Rotationen  $\varphi_x$ ,  $\varphi_y$  beider Träger gleich sind. Das vertikale Querträgerauflager wird mit einer Translationsfeder abgebildet. Die Federsteifigkeit  $C_z$  wird so gewählt, dass sich unter der vertikalen Belastung keine Stabsehnenverdrehung einstellt (vgl. Abs. 2). Die Querschnittswerte werden aus Abs. 3 übernommen.

Die Berechnungen werden zum Vergleich ohne und mit Berücksichtigung von Vorverformungen durchgeführt. Die gemessenen Vorverformungen betragen bei den Versuchen maximal  $v_0 \cong L/2000$  und  $\vartheta_0 \cong 0,01$  (vgl. [2]). Um den Einfluss struktureller Imperfektionen tendenziell zu erfassen, werden die geometrischen Ersatzimperfektionen aus DIN 18800-2 (Verfahren E-E) zugrunde gelegt. Die Längsträger werden mit einer sinusförmigen Vorkrümmung  $v_0$  versehen.

$$v_0 = \frac{2}{3} \cdot 0,5 \cdot \frac{L}{250} = \frac{L}{750}$$

Bei der Bestimmung der elastischen Grenzlast wird als Grenzspannung der 1,1-fache Wert der in den Versuchen gemessenen Streckgrenze angesetzt (s. Tabelle 4). Die Erhöhung um 10 % wird angesetzt, weil die Spannungsspitzen nur in sehr kleinen Trägerbereichen auftreten.

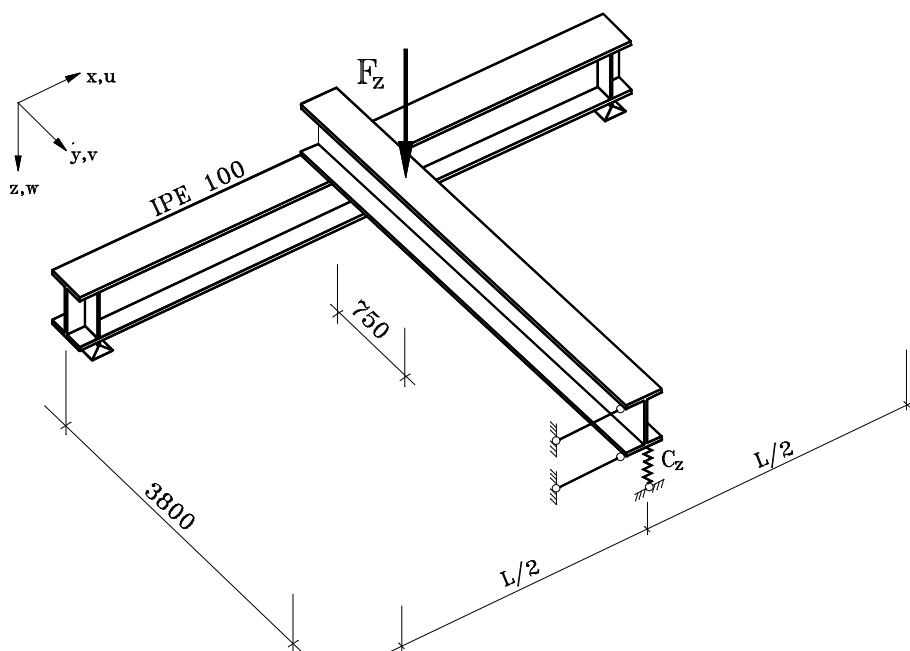


Abb. 6 System und Belastung

In Abb. 7 sind Längsträgerverformungen von System 1 aus Tab. 4 unter der zuvor definierten Grenzlast dargestellt. Die Endtangentenverdrehung des Querträgers entspricht der Verdrehung  $\varphi_{x,o}$  in Feldmitte. Der Anteil, der durch die Endtangentenverdrehung hervorgerufenen Verformungen an den Gesamtverformungen ist beträchtlich.

Der Einfluss der Vorverformung  $v_0$  auf die Größe der maximalen Ordinaten  $v$ ,  $\varphi_x$  und  $\vartheta$  liegt unter 30 %. Der Betrag der Differenz der Gurtverdrehung  $|\varphi_{x,o} - \varphi_{x,u}|$  nimmt jedoch deutlich zu. Während die Obergurtverdrehung in Feldmitte aufgrund des anschließenden Querträgers nahezu unverändert bleibt, wächst die Untergurtverdrehung um etwa ein Drittel des Ausgangswertes an. Die Differenz  $\varphi_{x,o} - \varphi_{x,u}$  ändert ihr Vorzeichen.

In Abb. 8 sind die Verläufe der Spannungen  $\sigma_x$ ,  $\tau$  und  $\sigma_z$ , die bedingt durch die eingeprägte Endtangentenverdrehung des Querträgers und durch den Ansatz der Vorverformung  $v_0$  auftreten, an ausgewählten Querschnittsstellen über die Länge des Längsträgers dargestellt. Der größte Anteil der Längsspannung  $\sigma_x$  in den Gurten wird durch die Endtangentenverdrehung des Querträgers hervorgerufen. Beim Obergurt werden in Feldmitte 85 % derjenigen Spannung erreicht, die unter Einbeziehung von  $v_0$  auftritt.

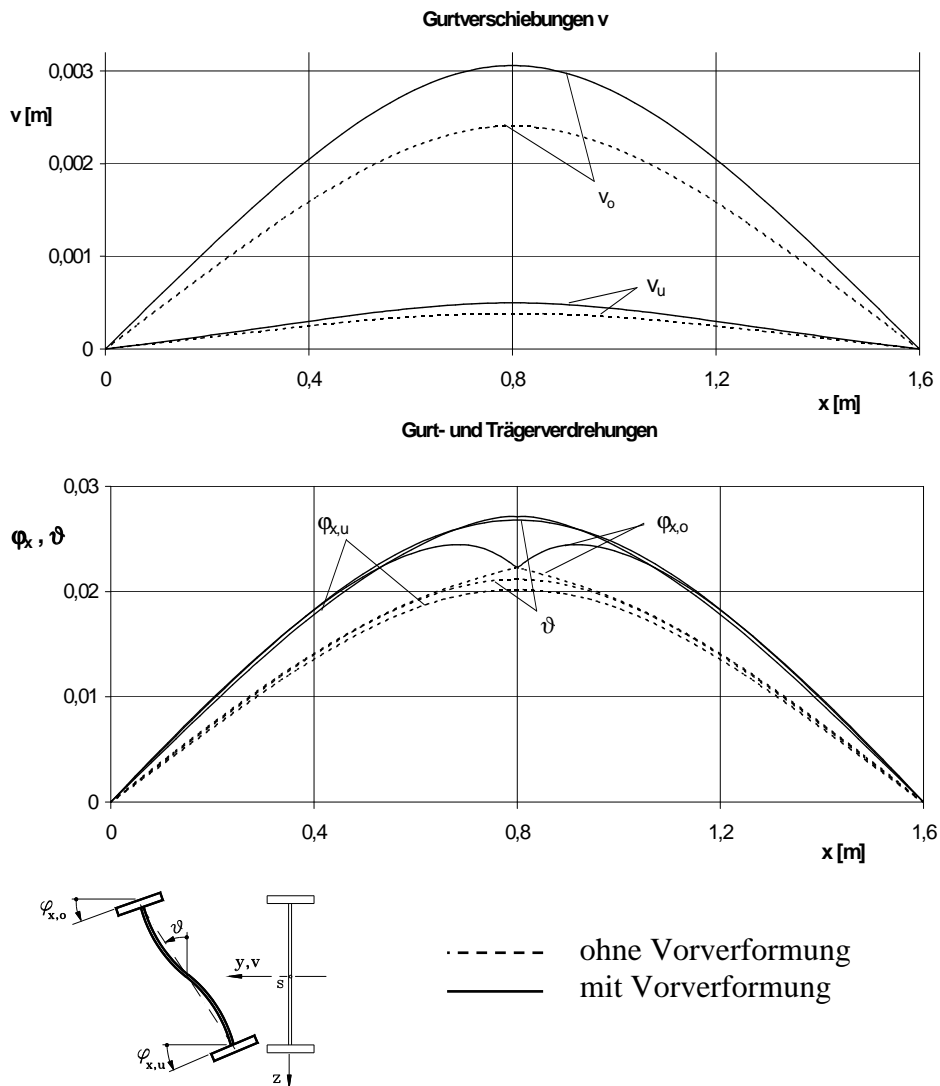
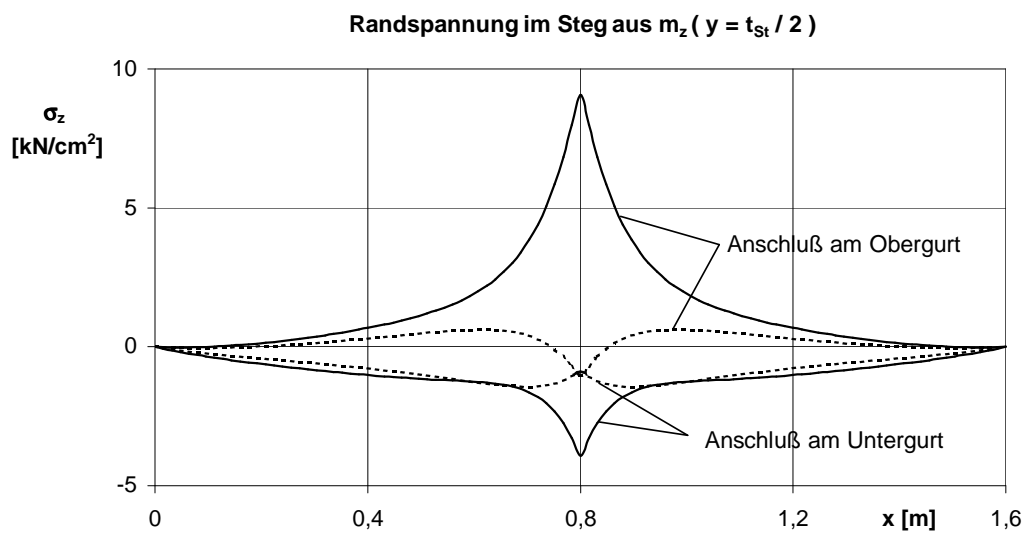
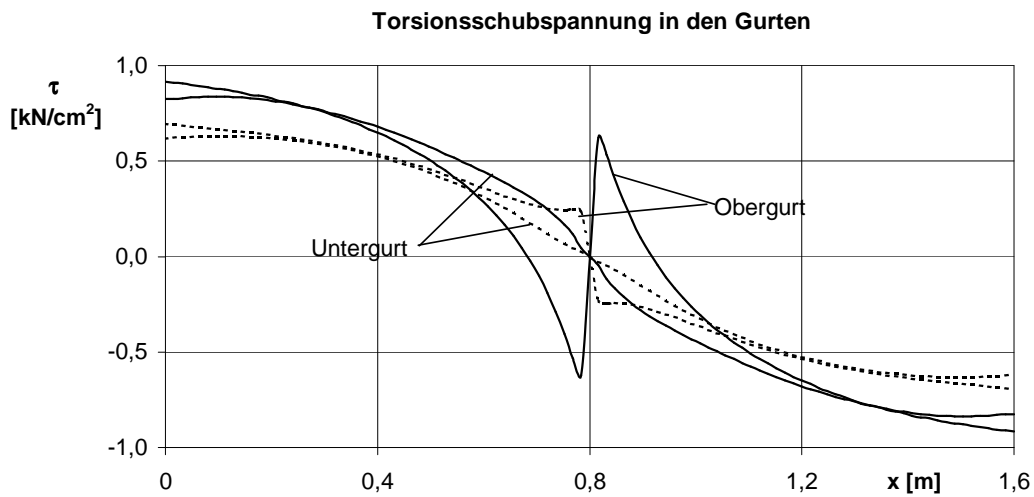
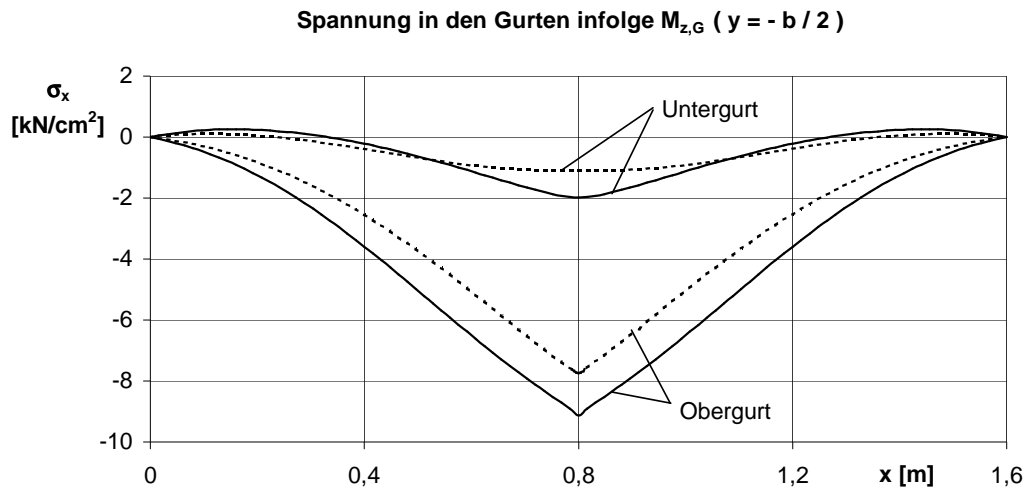


Abb. 7 Längsträgerverformungen von System 1 nach Tabelle 4 bei  $F_z = 36,9$  kN ( $P = 29,6$  kN)



- - - - - ohne Vorverformung  
 ——— mit Vorverformung

Abb. 8 Längsträgerspannungen von System 1 nach Tabelle 4 bei  $F_z = 36,9$  kN ( $P = 29,6$  kN)

Aus den Verläufen der Torsionsschubspannung der Gurte lässt sich ablesen, dass aufgrund der Endtangentialverdrehung des Querträgers ein belastendes Torsionsmoment eingeleitet wird. Die Steifigkeit des Längsträgers ist noch so groß, dass eine – wenn auch geringe – Einspannung auf den Querträger ausgeübt wird. Der zusätzliche Ansatz von  $v_0$  führt jedoch zu einem rückdrehenden Torsionsmoment mit einem deutlich größeren Betrag. In [4] wurde gezeigt, dass der Ansatz einer Vorkrümmung  $v_0$  bei einem momentenbeanspruchten Träger gleichbedeutend mit dem Aufbringen einer Torsionslast ist. Im vorliegenden Fall wird ein großer Teil der Torsionslast vom Längsträger über den Obergurt in den Querträger eingeleitet. Der Querträger wirkt in diesem Fall stützend auf den Längsträger.

Die Verläufe  $\sigma_z$  in Abb. 8 verdeutlichen noch einmal, dass die Querschnittsverformungen im Wesentlichen durch den Ansatz von  $v_0$  hervorgerufen werden. Die Spannungsspitze am Anschluss zum Obergurt wird noch überlagert mit der Spannung aus der Stützkraft  $P$  des Querträgers (nicht dargestellt).

Tab. 4 Zusammenstellung der Ergebnisse

1	System Nr.		1	2	3	
2	Versuchs-Nr.		47, 49, 50, 52	35, 37	56, 57, 58	
3	Längsträger	Profil	IPE 100	IPE 100	IPE 100	
4		Länge [m]	<b>1,60</b>	<b>2,40</b>	<b>4,60</b>	
5		mittlere Streckgrenze $f_y$ [kN/cm <sup>2</sup> ]	38,3	37,9	38,6	
6		Vorverformung $v_0$ [mm]	2,13	3,20	6,13	
7	Querträger	Profil	IPE 140	IPE 120	IPE 120	
8		Länge [m]	3,80	3,80	3,80	
9	Federsteifigkeit $C_z$ [kN/m]		1072	335	46,9	
10	Berechnung des Gesamt- systems	elast. Grenzlast [kN]		29,6	19,7	9,4
11		Anschlussmo- ment $M_x$ [kNm]	ohne Vorverf.	-0,12	0,041	0,090
12			mit Vorverf.	0,038	0,105	0,199
13		Kontaktmoment $M_{x,K}$ [kNm]		0,814	0,542	0,259
14		Verdrehung $\varphi_{x,0}$ (L/2)		0,022	0,025	0,013
15	elast. Grenzlast aus einer Trägerberechnung [kN]		35,7	23,5	10,7	
16	mittlere Versuchslast [kN]		<b>34,0</b>	<b>21,5</b>	<b>7,8</b>	
17	mittlere plastische Grenzlast [kN]		39,3	25,9	13,8	
18	Verzweigungslast [kN]		66,5	36,3	12,3	
19	Grenzlast nach DIN 18800-2, El. (311)	n = 2,5	35,7	22,5	9,83	
20		n = 2,0	33,8	21,1	9,18	
21	Differenz der Grenzlasten  [%]	Träger - Gesamtsystem (Zeile 15 + 10)		20,6	19,3	13,8
22		Träger - Versuche (Zeile 15 + 16)		5,0	9,3	37,2
23		Gesamtsystem - Versuche (Zeile 10 + 16)		-12,9	-8,4	20,5
24		DIN 18800-2, n = 2,5 - Versuche (Zeile 19 + 16)		5,0	4,7	26,0
25		DIN 18800-2, n = 2,0 - Versuche (Zeile 20 + 16)		-0,6	-1,9	17,7

Die Lasten der Zeilen 10, 15 – 20 entsprechen den auf die Längsträger bezogenen Lasten  $P$  (s. Tab. 2 und 3)

In Tabelle 4 sind Berechnungsergebnisse der Systeme mit den Längsträgerlängen 1,60 m, 2,40 m und 4,60 m zusammengestellt. Die Zeilen 1 bis 9 enthalten System- und Querschnittsangaben. In Zeile 10 sind die elastischen Grenzlasten aus der Berechnung des Gesamtsystems angegeben. Die Lastangaben entsprechen, wie auch bei den Tabellen 2 und 3, dem Anteil von  $F_z$ , der vom Querträger auf den Längsträger übertragen wird. Bei den Systemen 1 und 2 wurde die maximale Längsspannung  $\sigma_x$  an der Flanschaußenkante maßgebend. Bei System 3 war es die Vergleichsspannung am Stegblechrand im Bereich des Querträgeranschlusses.

In den Zeilen 11 und 12 sind die Anschlussmomente an die Querträger ohne und mit Berücksichtigung der Vorverformungen  $v_0$  gegenübergestellt. Aus der Zeile 11 lässt sich ablesen, dass allein bei System 1 die elastische Grenzlast nicht über der Verzweigungslast des ungestützten Längsträgers liegt. Aufgrund der Endtangentialverdrehung des Querträgers stellt sich ein rückdrehendes Anschlussmoment ein. Die Werte der Zeile 12 zeigen, dass mit zunehmender Schlankheit des Längsträgers das Anschlussmoment ansteigt. Alle Anschlussmomente liegen unter den sogenannten Kontaktmomenten, die sich aus dem Produkt der Auflast mit der halben Gurtbreite ergeben (Tabelle 4, Zeile 13). Die rechnerischen Anschlussmomente können ohne mechanische Verbindungsmittel übertragen werden.

In Zeile 15 sind zum Vergleich die elastischen Grenzlasten aus Berechnungen am System nach Abb. 3, d. h. ohne Berücksichtigung der Endtangentialverdrehung der Querträger, angegeben. Die Federsteifigkeiten  $C_{xx}$  wurden aus Tabelle 2 übernommen. In Zeile 21 sind prozentuale Unterschiede zu den elastischen Grenzlasten, die am Gesamtsystem bestimmt wurden, angegeben. Es ergeben sich deutlich höhere Werte.

In Zeile 16 sind die mittleren Versuchslasten angegeben. Die Zeilen 22 und 23 enthalten einen Vergleich der elastischen Grenzlasten aus den Zeilen 10 und 15 mit den mittleren Versuchslasten. Die elastischen Grenzlasten, die ohne Berücksichtigung der Querträgerneigung bestimmt wurden (Zeile 15), liegen alle über den Versuchslasten. Beim System 3 beträgt der Unterschied 37,2 %. Die Grenzlasten der Zeile 10 liegen bei den Systemen 1 und 2 unterhalb, beim System 3 oberhalb der mittleren Versuchslast.

Die Zeilen 19 und 20 enthalten die Grenzlasten, die sich aus einem Nachweis nach DIN 18800 T. 2, Element (311), mit den Systembeiwerten  $n = 2,5$  bzw.  $n = 2,0$  ergeben. Zu ihrer Berechnung wurden die mittleren plastischen Grenzlasten und die Verzweigungslasten der Tabelle 2 (s. Tab. 4, Zeilen 17 und 18) verwendet. In den Zeilen 24 und 25 werden diese Grenzlasten mit den Versuchslasten verglichen. Der Systembeiwert  $n = 2,0$  liefert die bessere Übereinstimmung.

Die Vergleiche der Zeilen 22 bis 25 der Tabelle 4 zeigen, dass die Berechnung der Grenzlast nach DIN 18800-2 unter Verwendung des Systembeiwertes  $n = 2,0$  zu der besten Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen führt. Durch die Abminderung von  $n = 2,5$  auf  $n = 2,0$  wird die Endtangentialverdrehung der Querträger mit einer Erhöhung des Imperfektionseinflusses berücksichtigt. Die elastische Berechnung am Gesamtsystem liefert bei den kurzen Trägerlängen zu ungünstige Ergebnisse.

Unbefriedigend ist die Abweichung der rechnerischen Grenzlast zu der mittleren Versuchslast bei System Nr. 3. In den Versuchen wurde örtliches Versagen im Lasteinleitungsbereich, verbunden mit großen lokalen Verformungen beobachtet (s. [1], [2]). Die elastische Berechnung am Gesamtsystem liefert im Vergleich zu den anderen Systemen das größte Anschlussmoment zum Querträger (s. Tab. 4, Zeile 12). Am Stegblechrand des Längsträgers stellen sich große Plattenbiegespannungen ein ( $\sigma_z = \pm 33,4 \text{ kN/cm}^2$ ). Eine mögliche Erklärung für den großen Unterschied der rechnerischen Grenzlast zur mittleren Versuchslast ist, dass sich unter Einbeziehung von Eigenspannungen und Plastizierungen ein größeres Anschlussmoment ergibt, und dass ein vorzeitiges Plastizieren am Stegblechrand zu einem Abfall der Einspannungswirkung führt. Dieser Effekt kann durch eine Vergleichsrechnung auf der Grundlage der Elastizitätstheorie nicht erfasst werden.

In [1], [2] wurde ein Rechenmodell zur Berücksichtigung der stützenden Wirkung durch aufliegende Querträger im Rahmen eines Tragsicherheitsnachweises nach DIN 18800-2 vorgestellt. Das Modell enthält folgende Rechenschritte:

Es wird zunächst eine diskrete Drehfedersteifigkeit bestimmt, mit der im Wesentlichen die Querschnittsverformungen des Längsträgers bei der Einleitung eines Torsionsmomentes am Gurt erfasst werden. Die Federsteifigkeit wird zu einer über der gesamten Längsträgerlänge wirkenden Drehbettung „verschmiert“ (es können auch mehrere Stützstellen berücksichtigt werden). Die Drehbettung wird dann mit Hilfe eines einwelligen Sinusansatzes für die Trägerverdrehung  $\vartheta$  in eine Torsionssteifigkeit umgerechnet und zu der Torsionssteifigkeit des Längsträgers hinzuaddiert. Mit dieser ideellen Torsionssteifigkeit wird dann die Verzweigungslast (Gleichung (5.31) aus [3]) ermittelt. Bei der Berechnung des Abminderungsfaktors  $\kappa_M$  wird der Systembeiwert zu  $n = 2,5$  angenommen.

In [1] wurde gezeigt, dass die Grenzlasten des Rechenmodells gut mit den Versuchslasten übereinstimmen. Ein Vergleich der Verzweigungslasten des Modells ([1], Tabelle 7.2-2) mit denen aus Tabelle 2, Spalte 9 zeigt Unterschiede zwischen -5,9 % und -30,3 %. Im Mittel sind es -13,8 %. Je schlanker die Längsträger sind, desto größere Abweichungen ergeben sich.

## 6 Schlussbemerkungen

Durch örtliche Gurteinspannungen lässt sich die Stabilität und Tragfähigkeit biegedrillknickgefährdeter I-Träger deutlich steigern. Mit anschließenden Pfetten oder Nebenträgern werden im Allgemeinen hohe Einspanngrade erreicht. Die Querschnittsverformungen der auszusteifenden I-Träger reduzieren jedoch die Einspannwirkung erheblich und müssen daher beim Tragsicherheitsnachweis berücksichtigt werden. Darüber hinaus können die Tangentenverdrehungen der Querträger, örtliche Plastizierungen und Beuleffekte im Einspannbereich die Traglast reduzieren.

Die Untersuchungen von Lindner/Schmidt ([1], [2]) zeigen, dass die Anwendung des Nachweisformates nach DIN 18800-2, Element 311, als praxisgerechtes Näherungsverfahren grundsätzlich, jedoch nicht uneingeschränkt, möglich ist. Mit den vorgeschlagenen Gleichungen zur Erfassung der Einspannwirkung im Rahmen der Biegetorsionstheorie II. Ordnung werden die Verzweigungslasten der untersuchten Träger konservativ abgeschätzt. Der traglastmindernde Einfluss eingepprägter Tangentenverdrehungen und örtlicher Plastizierungen im Einspannbereich wird dadurch tendenziell erfasst.

Die vorgestellten Vergleichsrechnungen verdeutlichen, dass bei genauerer Berechnung der Verzweigungslasten und Anwendung von Gleichung (16) der DIN 18800-2 eine Abminderung des Trägerbeiwertes  $n$  gegenüber dem Wert 2,5 erforderlich wird (siehe Abb. 5, unten). Die eingepprägten Tangentenverdrehungen werden damit durch eine Erhöhung der geometrischen und strukturellen Imperfektionen und stellvertretend dafür durch den Ansatz einer tiefer liegenden Traglastkurve berücksichtigt.

Bei schlanken Trägern können die stabilisierenden Einspannmomente Größenordnungen annehmen, die zu erheblichen Plastizierungen im Steg und damit verbunden zu einer weiteren Reduzierung der Einspannwirkung führen. Die Anwendung der genaueren Verzweigungslasten in Verbindung mit dem Nachweisformat nach Element 311 liegt auf der unsicheren Seite, sofern nicht mit entsprechend angepassten Abminderungsfunktionen  $\kappa_M$  gerechnet wird.

Weitere Untersuchungen nach [5] verdeutlichen, dass bereits bei Querschnitten, die der Klasse 1 oder 2 nach Eurocode 3 [6] zugeordnet werden können, die Längs- und Querspannungen der I-Träger erheblichen Einfluss auf die Einspannwirkung haben können. Es ist offensichtlich, dass diese mit zunehmender Beulgefährdung der auszusteifenden Träger zurückgeht.

## Literatur

- [1] Lindner, J.; Schmidt, J. S. *Erfassung wirklichkeitsnaher Lasteinleitung in I-Trägern*, Forschungsbericht P77 der Studiengesellschaft für Anwendungstechnik von Eisen und Stahl e. V., Düsseldorf, 1982
- [2] Lindner, J.; Schmidt, J. S. *Biegedrillknicken von I-Trägern unter Berücksichtigung wirklichkeitsnaher Lasteinleitung*, Der Stahlbau 51 (1982), Heft 9, S. 257-263
- [3] Stroetmann, R. *Zur Stabilitätsberechnung räumlicher Tragsysteme mit I-Profilen nach der Methode der finiten Elemente*, Veröffentlichung des Instituts für Stahlbau und Werkstoffmechanik der Technischen Universität Darmstadt, Heft 61 (1999)
- [4] Friemann, H.; Stroetmann, R. *Zum Nachweis ausgesteifter biegedrillknickgefährdeter Träger*, Der Stahlbau 67 (1998), Heft 12, S. 936 - 955
- [5] Stroetmann, R. *Lagerungen und Aussteifungen biegedrillknickgefährdeter Träger*, Tagungsband zum Seminar / Workshop Biegedrillknicken, TU-Darmstadt, Institut für Stahlbau und Werkstoffmechanik, Darmstadt, 1998
- [6] *DIN V ENV 1993, Teil 1-1: Eurocode 3, Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten, Allgemeine Bemessungsregeln, Bemessungsregeln für den Hochbau*, April 1993